

Die physikalischen Grundlagen der Uran²³⁵-Anreicherung nach dem Trenndüsenverfahren

III. Die Mechanismen der Entropieerzeugung in der Trenndüsenströmung

P. Bley, R. Dürr, W. Ehrfeld und G. Eisenbeiß

Institut für Kernverfahrenstechnik der Universität und des Kernforschungszentrums Karlsruhe

(Z. Naturforsch. 28a, 1273–1280 [1973]; eingegangen am 18. April 1973)

The Physics of Uranium²³⁵-Enrichment in the Separation Nozzle Process
III. The Mechanisms of Entropy Production in the Separation Nozzle Flow

The energy consumption of the separation nozzle process for enrichment of U²³⁵ is discussed in terms of the entropy production in the separation system. Experimental results obtained from measurements with Pitot type pressure probes and a numerical Navier-Stokes analysis of the nozzle flow show that ordinary viscous dissipation is the most important entropy production mechanism. The relatively large amount of kinetic energy observed at the end of the nozzle indicates some possibilities of lowering the specific energy consumption of the process.

1. Einleitung

Zur Anreicherung des leichten Uran-Isotops U-235 in großtechnischem Maßstab wird neben dem Diffusions- und dem Zentrifugenverfahren das im Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelte Trenndüsenverfahren in Betracht gezogen¹. Es beruht auf der teilweisen räumlichen Entmischung der Uranisotope in einer gekrümmten Strömung aus Uran-

besonders günstige spezifische Investitionskosten aus, während sein spezifischer Energieverbrauch im gegenwärtigen Entwicklungsstadium noch über dem des Diffusionsverfahrens liegt. Für eine Verbesserung des Verfahrens ist eine möglichst genaue Kenntnis der physikalischen Vorgänge in der Trenndüse erwünscht. Nachdem in einer früheren Arbeit⁴ die für die Entmischung maßgeblichen Diffusionsvorgänge unter Klärung der Rolle des leichten Zusatzgases behandelt worden sind, werden in der vorliegenden Arbeit die für den Energieverbrauch⁵ maßgeblichen Mechanismen der Entropieerzeugung näher untersucht.

Ein wesentlicher Teil der Ergebnisse wird durch Messungen mit Pitot-Sonden an einem vergrößerten Trenndüsenmodell gewonnen. Da die Isotopentrennung für die dissipativen Effekte ohne Bedeutung ist, wird als schweres Gas an Stelle des stark korrosiven und leicht zersetzbaren UF₆ die praktisch gleich schwere Verbindung C₇F₁₄ verwendet. Es zeigt sich, daß unter den bei der Uranisotopentrennung angewendeten Bedingungen rund 60% der Verluste im eigentlichen Trenndüsensystem auftreten. Aus einem Vergleich mit reinen Gasen geht hervor, daß die Gemischtrennung nur einen verhältnismäßig geringen Einfluß auf die Verluste hat. Daraus kann geschlossen werden, daß die Entropieerzeugung in der Trenndüse überwiegend auf Reibung beruht.

Aus den Messungen folgt weiter, daß der größte Teil der Verluste im Bereich kleiner Umlenkwinkel auftritt. Da in diesem Gebiet die Gemischtrennung nur gering ist, lassen sich die Strömungsvorgänge und Verlustprozesse hier befriedigend unter Ver-

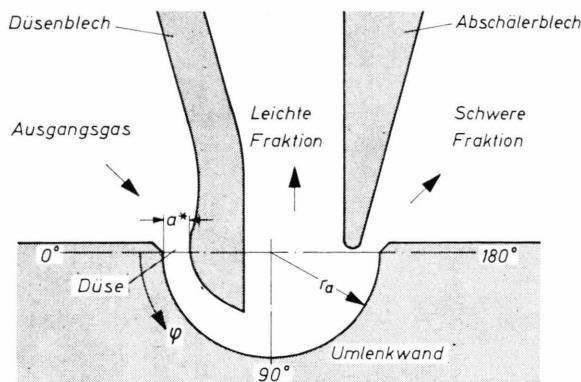


Abb. 1. Schnitt durch eine schlitzförmige Trenndüse ($a^* =$ Düsenweite, $r_a =$ Krümmungsradius der Umlenkwand, $\varphi =$ Umlenkwinkel).

hexafluorid mit einem leichten Zusatzgas. Die heute verwendete Trenndüsenanordnung ist in Abb. 1 schematisch dargestellt.

Wie Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen gezeigt haben^{2, 3}, zeichnet sich das Trenndüsenverfahren durch

Sonderdruckanforderungen an das Institut für Kernverfahrenstechnik des Kernforschungszentrums Karlsruhe, D-7500 Karlsruhe, Postfach 3640.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Nämennennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

wendung der Navier-Stokes-Gleichungen für reine Gase theoretisch analysieren.

Die nach der Auftrennung der Strömung noch in ihr enthaltene kinetische Energie wird bei den bisher verwendeten Trenndüsenanordnungen in deren Absaugkanälen in Wärme umgewandelt. An Hand der in der vorliegenden Arbeit erzielten Ergebnisse werden Möglichkeiten zur praktischen Nutzung dieser Energie diskutiert.

2. Meßanordnung und Auswertung der Versuche

Die durch die Verlustprozesse in der Trenndüse verursachte Entropiezunahme des strömenden Gases wurde durch Messung des Gesamtdruckes, des statischen Druckes und der örtlichen Gemischkonzentration am Ende der Umlenkung bestimmt⁶. Da die bei der technischen Realisierung des Trenndüsenverfahrens eingesetzten Trennelemente auf Grund ihrer kleinen Abmessungen für detaillierte Strömungsuntersuchungen nicht verwendet werden können, wurden die Messungen an einem 300-mal größeren Modell durchgeführt, dessen Umlenkwand einen Krümmungsradius von 30 mm besaß. Der Düsenvordruck wurde entsprechend auf etwa 2 Torr abgesenkt, um bei den Untersuchungen in dem für das Trenndüsenverfahren charakteristischen Reynolds-Zahl-Bereich zu bleiben⁷. Als Versuchsgase wurden H₂, He und H₂/C₇F₁₄-Gemische verwendet.

Der Verlauf des Gesamtdruckes am Ende der Umlenkung wurde mit einer verschiebbaren Pitot-Sonde aufgezeichnet, die eine abgeflachte Öffnung besaß. Bei dieser Form der Sondenöffnung erhält man ein gutes Auflösungsvermögen und eine kurze Einstellzeit. Auch tritt eine merkliche Verfälschung der Gesamtdruckmessungen auf Grund von Zähigkeitseffekten erst bei kleineren Reynolds-Zahlen auf als bei Sonden mit kreisförmiger Öffnung⁸. Der radiale Verlauf des statischen Druckes am Ende der Umlenkwand wurde durch Bohrungen in den seitlichen Abdeckplatten bestimmt. Der Verlauf der örtlichen Gemischkonzentration am Ende der Umlenkung lässt sich aus den gemessenen mittleren Gemischkonzentrationen in den beiden Fraktionen bei verschiedenen Abschälerstellungen berechnen. Bei der Auswertung der Meßergebnisse erwies es sich als ausreichend, die Gemischkonzentrationen an den beiden Strahlrändern zu bestimmen und den radialen Verlauf über eine empirische Formel unter Berücksichtigung der Materialbilanzen zu beschreiben.

Sofern nicht wesentliche Änderungen der Ruhe-temperatur auftreten⁹, kann aus dem Verlauf des Gesamtdruckes, des statischen Druckes und der Ge-

mischkonzentration am Ende der Umlenkung die Entropieerzeugung ΔS_{TD} in der Trenndüse nach der Beziehung

$$\Delta S_{TD} = R \int (\bar{M}/M) \ln(p_0/p_0') \, dm \, dr / \int dm \, dr$$

berechnet werden; hierbei bezeichnet \bar{M} bzw. M die mittlere bzw. die lokale Molmasse, \dot{m} die Massenstromdichte, p_0 den Ausgangsdruck, p_0' den lokalen Ruhedruck und r den Abstand vom Krümmungsmittelpunkt der Umlenkwand, R ist die universelle Gaskonstante. Der Verlauf der statischen Temperatur, der bei der Auswertung der obigen Gleichung berücksichtigt werden muß, zeigt bei Variation innerhalb plausibler Grenzen praktisch keinen Einfluß auf das Mittelungsergebnis, so daß mit konstanter Temperatur ausgewertet werden kann.

Die Entropiezunahme in der Trenndüse, ΔS_{TD} , bezieht man zweckmäßigerweise auf die gesamte Entropiezunahme, die das Gas bei isenthalper Drosselung vom Ruhedruck p_0 auf den Absaugdruck p_M erfährt. Die so normierte Größe, die im folgenden als relative Entropieerzeugung

$$\Delta S_{rel} = \Delta S_{TD}/R \cdot \ln(p_0/p_M)$$

bezeichnet wird, stellt damit ein Maß für die Verluste dar, die bei der Umlenkung der Strömung in der Düse auftreten.

3. Charakteristische Pitot-Druckprofile bei reinen Gasen und bei Gasgemischen im Endquerschnitt der Trenndüse

Das unterschiedliche Strömungsverhalten von reinen Gasen und Gasgemischen in der Trenndüse wird aus dem Verlauf des Pitot-Druckes im Endquerschnitt der Düse deutlich. Abbildung 2 zeigt einige Beispiele für Pitot-Druckprofile, die bei verschiedenen Reynolds-Zahlen der Strömung für H₂ und für ein H₂/C₇F₁₄-Gemisch mit 5 Mol-% C₇F₁₄ an einer Trenndüse ohne Abschäler aufgenommen wurden.

Beim einheitlichen Gas ergibt sich bei Reynolds-Zahlen um 140 der für stark reibungsbehaftete Strömungen typische Verlauf; der Pitot-Druck liegt deutlich unter dem Düsenvordruck. Mit zunehmender Reynolds-Zahl nähert sich der Pitot-Druck immer mehr dem Düsenvordruck, und es bildet sich ein Pitot-Druckprofil mit einem Plateau und steil abfallenden Flanken aus. In dieser Änderung des Pitot-Druckprofils mit der Reynolds-Zahl äußert sich der Übergang von der stark reibungsbehafteten Strö-

mung zur gasdynamischen Strömung, bei welcher sich ein potentialwirbelähnliches Strömungsprofil in der Trenndüse einstellt.

Bei dem hier untersuchten H_2/C_7F_{14} -Gemisch erhält man bei Reynolds-Zahlen um 140 ein Pitot-Druckprofil mit einem sehr schmalen und ausgeprägten Maximum nahe der Umlenkwand, welches sogar den Düsenvordruck p_0 übersteigt. Von diesem Maxi-

Bereich nahe der Umlenkwand konzentriert, während sich am Strahlinnenrand bevorzugt das leichte Zusatzgas mit niedriger kinetischer Energie befindet. Mit zunehmender Reynolds-Zahl nähert sich das Pitot-Druckprofil des Gasgemisches immer mehr dem einheitlichen Gase, da die Gemischtrennung mit steigender Reynolds-Zahl abnimmt und daher die Strömung immer weniger beeinflußt.

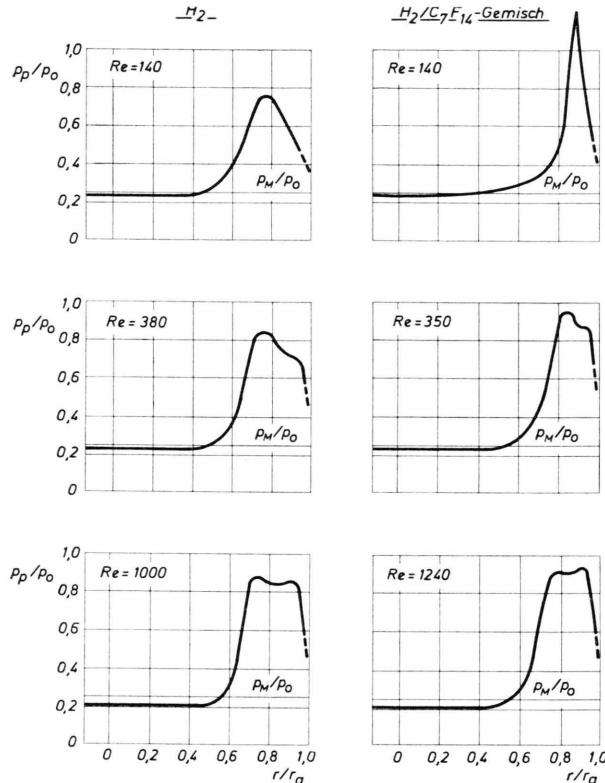


Abb. 2. Charakteristische Pitot-Druckprofile der Trenndüsenströmung am Ende einer Trenndüse ohne Abschäler für H_2 und ein H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} für verschiedene Reynolds-Zahlen Re (p_p = Pitot-Druck, p_0 = Düsenvordruck, p_M = Absaugdruck, r = Abstand vom Krümmungsmittelpunkt der Umlenkwand, r_a = Krümmungsradius der Umlenkwand).

mum nähert sich der Pitot-Druck zur Düseninnenseite nach dem anfänglich sehr steilen Abfall nur verhältnismäßig langsam einem Grenzwert, welcher etwa dem Absaugdruck p_M entspricht. Diese starke Überhöhung des Pitot-Druckes beim Gasgemisch ist auf die in diesem Reynolds-Zahlbereich besonders starke Gemischtrennung zurückzuführen, durch welche die vom leichten Zusatzgas beschleunigte schwere Gemischkomponente nahe der Umlenkwand angereichert wird. Am Ende der Umlenkung ist also die kinetische Energie der Strömung in einem schmalen

4. Einfluß der Gemischtrennung auf die Entropieerzeugung

In Abb. 3 a ist für verschiedene einheitliche Gase (H_2 , He, Luft) und für ein H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} die aus den Pitot-Druckmessungen berechnete relative Entropieerzeugung ΔS_{rel} über der Reynolds-Zahl Re dargestellt. Beim Gasgemisch

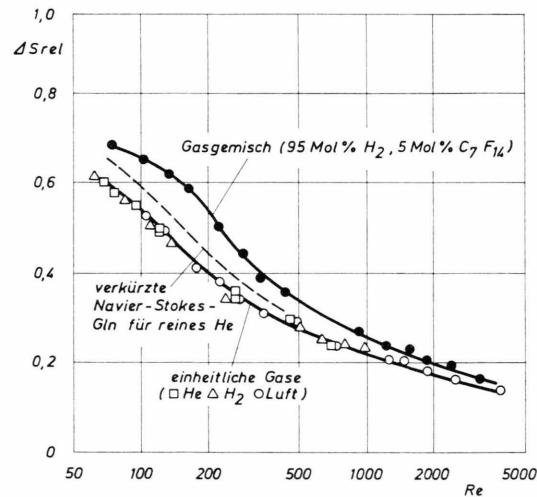


Abb. 3 a. Der Einfluß der Reynolds-Zahl Re der Trenndüsenströmung auf die relative Entropieerzeugung ΔS_{rel} bei einheitlichen Gasen und einem H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} (Expansionsverhältnis $p_0/p_M = 4$). Die gestrichelt eingezeichnete Kurve wurde aus verkürzten Navier-Stokes-Gleichungen für reines Helium berechnet.

ist die Entropieerzeugung höher als bei den einheitlichen Gasen, wobei der Unterschied im Reynolds-Zahlbereich zwischen 100 und 200 am größten ist. In diesem Bereich durchläuft auch die Gemischtrennung ihr Maximum. Dies ist aus Abb. 3 b zu entnehmen, in welcher der logarithmische Gemischtrennfaktor $\ln A$ über der Reynolds-Zahl aufgetragen ist, wie er sich bei der Aufteilung der Strömung in zwei Fraktionen durch einen fest eingebauten Abschäler ergibt. Der Gemischtrennfaktor A ist hierbei in üb-

licher Weise durch die Beziehung

$$A = n_s (1 - n_l) / n_l (1 - n_s)$$

definiert, wobei n_s bzw. n_l die molaren Konzentrationen des C_7F_{14} in der schweren bzw. der leichten Fraktion bedeuten.

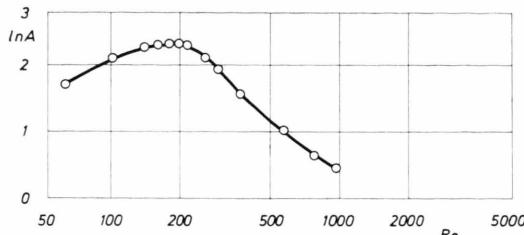


Abb. 3 b. Der Einfluß der Reynolds-Zahl Re der Trenndüsströmung auf den logarithmischen Gemischtrennfaktoren $\ln A$ (Abstand des Abschälers von der Umlenkwand: $0,08 r_a$, Expansionsverhältnis $p_0/p_M = 4$).

In dem für die Entmischung optimalen Reynolds-Zahlbereich ist die Entropieerzeugung bei dem hier untersuchten H_2/C_7F_{14} -Gemisch um etwa 30% größer als bei den einheitlichen Gasen. Die höhere Entropieerzeugung beim Gemisch beruht dabei nicht nur auf der schnellen Diffusion der schweren Gemischkomponente durch das leichte Zusatzgas¹¹, sondern durch die starke Gemischtrennung wird auch das Geschwindigkeitsprofil der Strömung so verändert, daß höhere Reibungsverluste als bei einheitlichen Gasen auftreten¹².

Aus den Messungen an den einheitlichen Gasen und am Gemisch folgt, daß auch bei starker Gemischtrennung Reibungseinflüsse die Hauptursache für die Entropiezunahme im strömenden Gas sind, während die Gemischtrennung einen geringeren Beitrag liefert. Im Maximum der Gemischtrennung, bei welchem auch annähernd die optimalen Betriebsbedingungen für die Isotopentrennung erreicht werden, beträgt die Entropieerzeugung in der Trenndüse selbst etwa 60% der gesamten Entropiezunahme des Trenndüsensprozesses. Die restliche Entropiezunahme erfährt das Gas stromabwärts von der Trenndüse, da die kinetische Energie beider Absaugfraktionen durch Reibung vollständig dissipiert und nicht zum Aufbau von statischem Druck ausgenutzt wird.

Ändert man bei konstanter Reynolds-Zahl der Strömung beim Gasgemisch den Anteil der schweren Gemischkomponente, so steigt mit abnehmender Konzentration der schweren Komponente der Gemischtrennfaktor kontinuierlich an (Abb. 4); die relative

Entropieerzeugung muß jedoch ein Maximum durchlaufen, da in den beiden Grenzfällen reiner Gase keine zusätzlichen Verluste durch Entmischung auftreten können. Aus Abb. 4 a, in der die Differenz σ zwischen der relativen Entropieerzeugung beim reinen Gas und beim H_2/C_7F_{14} -Gemisch über der C_7F_{14} -Konzentration aufgezeichnet ist, ist zu entnehmen, daß das Maximum der relativen Entropieerzeugung bei einer C_7F_{14} -Konzentration von etwa 2 Mol-% erreicht wird. An Hand der Trennfaktormessungen kann man zeigen, daß in diesem Konzentrationsbereich auch die in der Trenndüse auftretenden Diffusionsströme am größten sind.

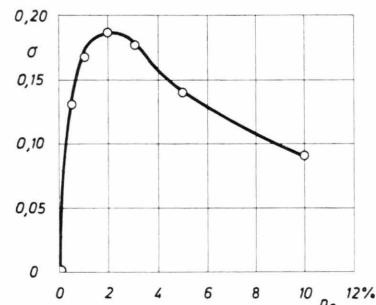


Abb. 4 a. Die Differenz σ zwischen der relativen Entropieerzeugung beim H_2/C_7F_{14} -Gemisch und der relativen Entropieerzeugung bei reinem Wasserstoff in Abhängigkeit von der molaren Konzentration n_0 des C_7F_{14} (Reynolds-Zahl $Re = 150$, Expansionsverhältnis $p_0/p_M = 4$).

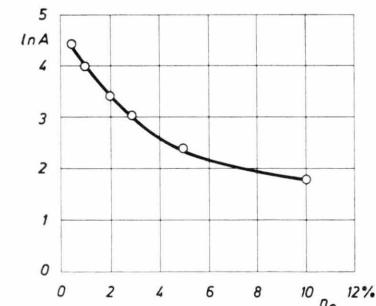


Abb. 4 b. Die Abhängigkeit des logarithmischen Gemischtrennfaktors $\ln A$ von der molaren Konzentration n_0 des C_7F_{14} im H_2/C_7F_{14} -Gemisch (Reynolds-Zahl $Re = 150$, Expansionsverhältnis $p_0/p_M = 4$, Abstand des Abschälers von der Umlenkwand: $0,08 r_a$).

5. Einfluß der Düsenweite und des Umlenkwinkels auf die Entropieerzeugung

In Abb. 5 a ist die relative Entropieerzeugung ΔS_{rel} für drei verschiedene Düsenweiten in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl aufgetragen. Das Verhältnis

von engster Düsenweite zu Krümmungsradius der Umlenkwand betrug 1 : 7,5; 1 : 3,75 und 1 : 2,5. Als Versuchsgas wurde ein H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} verwendet, das angelegte Expansionsverhältnis p_0/p_M betrug jeweils 4. Aus den Messungen geht hervor, daß bei jeweils gleicher Reynolds-Zahl die Verluste bei einer Vergrößerung der Düsenweite beträchtlich abnehmen. Man erhält also auch im Fall einer gekrümmten Strömung bei einer Vergrößerung des Verhältnisses von Strahlbreite zu reibender Länge geringere Reibungsverluste.

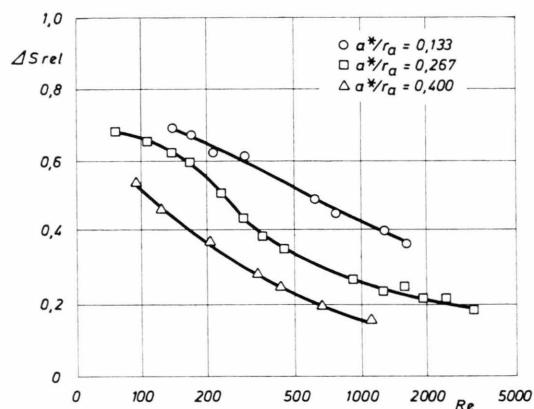


Abb. 5 a. Die relative Entropieerzeugung ΔS_{rel} als Funktion der Reynolds-Zahl Re bei verschiedenen Verhältnissen von Düsenweite a^* zu Krümmungsradius r_a der Umlenkwand (H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} , Expansionsverhältnis $p_0/p_M = 4$).

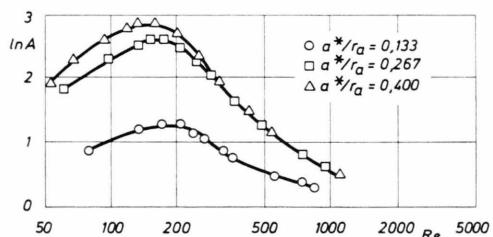


Abb. 5 b. Der logarithmische Gemischtrennfaktor $\ln A$ als Funktion der Reynolds-Zahl Re bei verschiedenen Verhältnissen von Düsenweite a^* zu Krümmungsradius r_a der Umlenkwand. Die Abschälerweite wurde dabei so eingestellt, daß bei gleicher Reynolds-Zahl bei allen Düsen jeweils dieselben Abschälverhältnisse für die schwere Gemischkomponente erreicht wurden (H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} , Expansionsverhältnis $p_0/p_M = 4$).

In Abb. 5 b ist für die drei Düsenweiten der Gemischtrennfaktor A über der Reynolds-Zahl Re aufgetragen. Man erkennt, daß durch Vergrößerung der Düsenweite höhere Gemischtrennfaktoren erreicht

werden. Die zum Maximum der Gemischtrennung gehörige Reynolds-Zahl verschiebt sich beim Vergrößern der Düsenweite zu kleineren Werten.

Vergleicht man die Entropieerzeugung jeweils im Maximum der Gemischtrennung, so stellt man fest, daß die Verluste in der Trenndüse beim Vergrößern der Düsenweite abnehmen, obwohl die für die Gemischtrennung optimale Reynolds-Zahl absinkt¹⁴. Im Maximum der Gemischtrennung beträgt bei der größten untersuchten Düsenweite die Entropieerzeugung in der Trenndüse selbst nur noch etwa 45% der gesamten Entropieerzeugung des Trenndüsenvprozesses, während sich bei kleineren Düsenweiten die relative Entropiezunahme zu 60% bzw. 65% ergibt.

Die in der Trenndüse stattfindende Entropieerzeugung wurde weiter an verschiedenen Trenndüsen gemessen, deren Umlenkinkel $\varphi = 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ und 180° betrug. Abbildung 6 zeigt die relative Entropieerzeugung ΔS_{rel} in Abhängigkeit vom Umlenkinkel φ bei einem H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} und einem Expansionsverhältnis 4 mit der Reynolds-Zahl Re als Parameter.

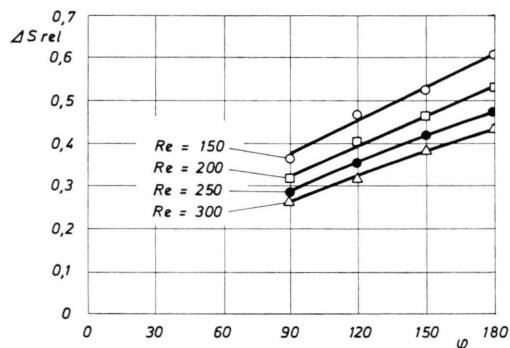


Abb. 6. Der Einfluß des Umlenkinkels φ einer Trenndüse auf die relative Entropieerzeugung ΔS_{rel} für verschiedene Reynolds-Zahlen Re der Trenndüsenvströmung (H_2/C_7F_{14} -Gemisch mit 5 Mol-% C_7F_{14} , Expansionsverhältnis $p_0/p_M = 4$).

Mit abnehmendem Umlenkinkel fällt die relative Entropieerzeugung bei konstanter Reynolds-Zahl im Bereich zwischen $\varphi = 90^\circ$ und 180° etwa linear ab. Bei gleicher Reynolds-Zahl erhält man in einer Trenndüse mit einem Umlenkinkel von 90° etwa 60% der relativen Entropieerzeugung, die man bei einer Düse mit einem Umlenkinkel von 180° feststellt. Geht man davon aus, daß durch eine Verkürzung des Umlenkinkels die Strömungsverhältnisse am Einlauf und bei kleinen Umlenkinkeln wenig beeinflußt werden, so folgt aus Abb. 6, daß im Ein-

laufgebiet und bis zum Umlenkinkel $\varphi = 90^\circ$ die Entropieerzeugung um etwa 50% größer ist als zwischen $\varphi = 90^\circ$ und $\varphi = 180^\circ$.

6. Berechnung der Entropieerzeugung bei reinen Gasen mit verkürzten Navier-Stokes-Gleichungen

Um einen genaueren Einblick in den Ablauf der Verlustprozesse in der Trenndüse insbesondere bei kleinen Umlenkwinkeln zu erhalten, wurde die Strömung in der Trenndüse unter Vernachlässigung der Gemischtrennung mit den Navier-Stokes-Gleichungen berechnet.

Die Berechnung der Strömung und der mit ihr verbundenen Entropieerzeugung wurde für ein Trennelement durchgeführt, dessen Düsenblech als Vollzylinder ausgebildet ist¹⁵. Da die Schlitzlänge L des Trennelementes groß ist gegen die übrigen charakteristischen Abmessungen, kann die Strömung zweidimensional behandelt werden. Die näherungsweise azimutale Strömung in der Trenndüse erlaubt weiterhin, die Radialgeschwindigkeit u als klein gegenüber der Azimutalgeschwindigkeit v anzusehen. Da zudem die Änderungen der Strömungsgrößen in azimutaler Richtung klein gegen solche in radialer Richtung sind, können in den Navier-Stokes-Gleichungen eine Reihe von Termen vernachlässigt werden, die in diesen kleinen Größen quadratisch sind¹⁶. Bei dieser Vereinfachung geht allerdings das elliptische Differentialgleichungssystem der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen in ein System mit parabolischen Eigenschaften über¹⁷. Deshalb können die Randbedingungen auf der Niederdruckseite der Trenndüse nicht vorgegeben werden, sondern sie sind durch die Bedingungen am Düsenaustritt und an den Düsenwänden festgelegt.

Die Festlegung der Anfangsbedingungen bezüglich der Geschwindigkeiten, Temperaturen und Drücke am Düsenaustritt erfolgte in Anlehnung an Ergebnisse aus Messungen mit molekular angeströmten Sonden^{10, 13}. Der bei Sondenmessungen zu beobachtende, relativ geringe Temperatur- und Geschwindigkeitssprung an den Düsenwänden wurde bei den Rechnungen vernachlässigt; die Temperaturen an den Düsenwänden wurden als konstant zu $T = 300$ K angenommen und die Geschwindigkeiten im Sinne der Haftbedingung zu Null gesetzt.

Die Lösung des verkürzten Gleichungssystems erfolgte durch numerische Integration mittels eines Verfahrens endlicher Differenzen¹⁷. Aus den gewon-

nenen Temperaturen T und Geschwindigkeiten v berechnet sich die in der Trenndüse durch Reibung erzeugte Entropie in der hier zugrunde liegenden Näherung zu

$$\Delta S_\eta = \Delta t \cdot \int_0^L \int_0^\pi \int_{r_1(\varphi)}^{r_a} \frac{\eta}{T} r^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{v}{r} \right)^2 r \, dr \, d\varphi \, dl.$$

Dabei bezeichnet η die Zähigkeit des Gases und Δt gibt das Zeitintervall an, in welchem ein Molvolumen des Gases die Trenndüse durchströmt; r_a und r_1 kennzeichnen die Berandung der Düse. Die mit den Wärmetransportvorgängen verbundene Entropieerzeugung ergibt sich entsprechend zu

$$\Delta S_\lambda = \Delta t \cdot \int_0^L \int_0^\pi \int_{r_1(\varphi)}^{r_a} \lambda \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 r \, dr \, d\varphi \, dl,$$

wobei λ den Wärmeleitkoeffizienten bezeichnet. Bei der gesamten Entropieerzeugung ist daneben noch der Anteil der Entropie zu berücksichtigen, der im Bereich des Zulaufs vor dem Düsenaustritt ($\varphi = 0$) erzeugt wird. Dieser mit $\Delta S(\varphi = 0)$ bezeichnete Anteil ist durch die Eingabewerte am Düsenaustritt festgelegt. Die relative Entropieerzeugung in der Trenndüse, ΔS_{rel} , ergibt sich dann zu

$$\Delta S_{\text{rel}} = [\Delta S_\eta + \Delta S_\lambda + \Delta S(\varphi = 0)] / R \cdot \ln(p_0/p_M).$$

Die mit den verkürzten Navier-Stokes-Gleichungen ermittelten Geschwindigkeits- und Temperaturprofile sind in Abb. 7 für verschiedene Umlenkinkel bei Reynolds-Zahlen $Re = 100$ bzw. 400 dargestellt. Aus Abb. 7 geht hervor, daß die Strömung bei kleineren Umlenkwinkeln zunächst noch beschleunigt und bei größeren Umlenkwinkeln wieder abgebremst wird. Das trapezförmige Einlaufprofil geht im Laufe der Umlenkung in das typische parabelförmige Geschwindigkeitsprofil einer Laminarströmung über, wobei der Übergang bei der niedrigeren Reynolds-Zahl entsprechend dem stärkeren Reibungseinfluß schneller erfolgt. Die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten sind für $Re = 400$ um etwa 30% höher als für $Re = 100$. Bei der höheren Reynolds-Zahl ist vor allem im Bereich kleiner Umlenkinkel noch eine von den Reibungsgrenzschichten nur wenig gestörte Kernströmung vorhanden, in welcher die Geschwindigkeit wie in einem Potentialwirbel nach außen abnimmt. Typisch für die Strömung sind weiter steile Geschwindigkeitsgradienten bei kleineren Umlenkwinkeln, was zu hohen Reibungsverlusten in diesen Strömungsbereichen führen muß.

Das Temperaturprofil der Strömung entspricht bei kleineren Umlenkwinkeln weitgehend dem einer isoenergetischen Strömung. Bei größeren Umlenkwinkeln zeigt sich jedoch ein deutlicher Stauenthalpie-transport in Richtung zur Umlenkwand, die Stautemperatur nimmt in den Strömungsbereichen am

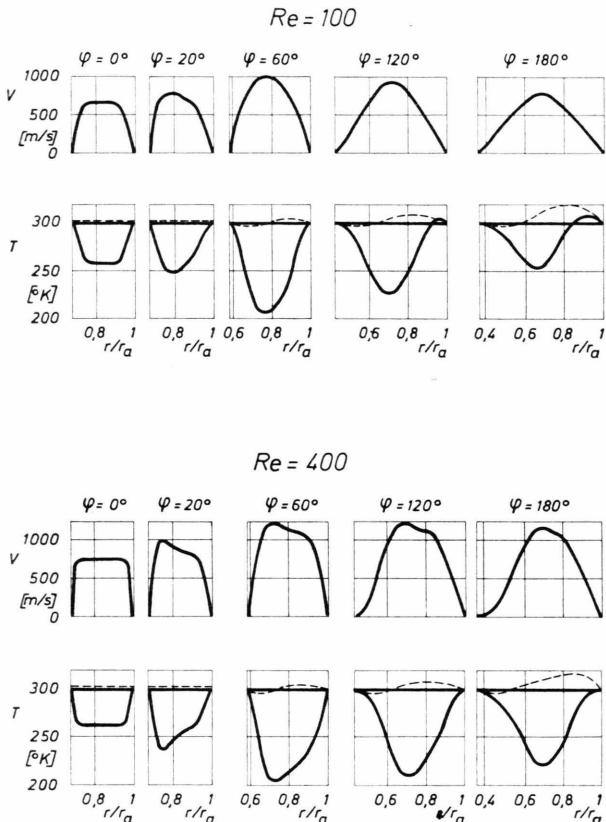


Abb. 7. Die mit den verkürzten Navier-Stokes-Gleichungen berechneten Profile der Geschwindigkeit v , der statischen Temperatur T und der Stautemperatur T_{stau} für reines Helium in radialen Strömungsquerschnitten bei verschiedenen Umlenkwinkeln φ und Reynolds-Zahlen $Re=100$ bzw. $Re=400$.

Düsenblech ab und steigt in den äußeren Bereichen an. Die über den Strömungsquerschnitt gemittelte Stautemperatur liegt auf Grund des Wärmeinstroms über die Düsenwände beim Umlenkinkel von 180° um etwa 6 K über der Ausgangstemperatur des Gases vor der Düse.

Bei diesen Strömungsverhältnissen ist der Beitrag der Wärmeleitung an der Entropieerzeugung deutlich niedriger als der Beitrag der Reibung. Aus den Rechnungen folgt beispielsweise, daß bei Reynolds-Zahlen um 150 die Entropieerzeugung durch Rei-

bung um einen Faktor 4 höher ist als die auf den Wärmeleitvorgängen beruhende Entropieerzeugung.

In Abb. 8 ist die aus den Geschwindigkeits- und Temperaturprofilen berechnete lokale Entropieproduktion über dem Umlenkinkel aufgetragen. Man erkennt, daß die auf das Winkelement bezogene, lokale Entropieproduktion im Bereich kleiner Umlenkinkel am größten ist. Wie aus den in Abb. 7 gezeigten Strömungsprofilen hervorgeht, ist die hohe Entropieproduktion bei kleinen Umlenkwinkeln auf die relativ hohe Geschwindigkeit bei noch verhältnismäßig engem Kanal und auf die wegen ihrer steilen Gradienten bezüglich der Dissipation ungünstigen Einlaufprofile zurückzuführen.

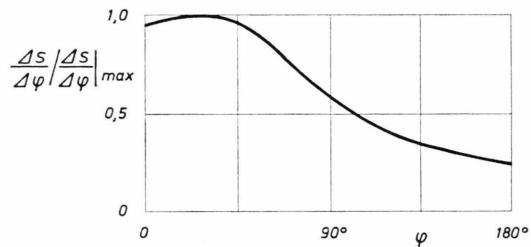


Abb. 8. Die aus den theoretischen Geschwindigkeits- und Temperaturprofilen berechnete lokale Entropieproduktion pro Umlenkinkel, $(\Delta S/\Delta\varphi)/(\Delta S/\Delta\varphi)_{\text{max}}$ als Funktion des Umlenkwinkels φ (reines Helium, Reynolds-Zahl $Re=100$, Expansionsverhältnis $p_0/p_M=4$).

Die aus den verkürzten Navier-Stokes-Gleichungen ermittelte Abhängigkeit der relativen Entropieerzeugung wurde bereits in Abb. 3 a neben den experimentell gewonnenen Werten gezeigt. Der theoretische Verlauf stimmt zwar qualitativ gut mit dem experimentellen Verlauf überein, jedoch liegen bei gleicher Reynolds-Zahl die berechneten Werte um etwa 20% über den Meßwerten. Dieser quantitative Unterschied dürfte zum einen an der Vernachlässigung des Geschwindigkeitsschlupfes an den Düsenwänden bei der Theorie liegen; zum andern wurden bei der Auswertung der Experimente Stautemperaturhöhungen nicht berücksichtigt.

7. Diskussion der Ergebnisse

Der am Ende des Trennsystems entsprechend der Entropieerzeugung in der Strömung noch vorhandene Staudruck läßt sich im Prinzip zu einer teilweisen Wiederverdichtung des Gases und damit zu einer Entlastung des Kompressors⁵ verwenden. Da die schwere Fraktion schon bei den zur Zeit verwendeten

Trenndüsen ohne Verschlechterung der Trennleistung bei einem Druck abgesaugt werden kann, welcher um 50% über dem Absaugdruck der leichten Fraktion liegt, könnten durch einen verlustfreien Rückstau der leichten Fraktion, die etwa 75% des eingesetzten Molstromes ausmacht, die spezifischen Energiekosten des Verfahrens um etwa 25% gesenkt werden.

Da die kinetische Energie der leichten Fraktion bei sehr niedriger Reynolds-Zahl in einem annähernd parabelförmigen Geschwindigkeitsprofil verteilt ist, läßt sich an der einzelnen Trenndüse jedoch weder bei Verwendung eines konischen noch eines Stoßdiffusors ein nennenswerter Druckrückgewinn erzielen. Ein merklicher Druckrückgewinn wäre dagegen zu erwarten, wenn es durch konstruktive Maßnahmen

gelingen würde, die leichten Fraktionen mehrerer Trenndüsensysteme unmittelbar nach ihrem Austritt aus den Düsensystemen in Form vieler dicht benachbarter, paralleler Gasstrahlen zu vereinigen⁶.

Durch die starke räumliche Trennung von schwerem Isotopengemisch und leichtem Zusatzgas liegt der Staudruck in der schweren Fraktion, in der sich bei den optimalen Betriebsbedingungen des Verfahrens der Hauptteil des UF_6 befindet, erheblich über dem der leichten Fraktion. Es erscheint daher wirtschaftlich aussichtsreich, den relativ hohen Staudruck der schweren Fraktion unmittelbar zu einer weiteren Trennung auszunutzen.

Herrn Prof. Dr. E. W. Becker danken wir herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit und für zahlreiche wertvolle Diskussionen.

- ¹ E. W. Becker, K. Bier, W. Bier, R. Schütte u. D. Seidel, *Angew. Chemie, Intern. Edition* **6**, 507 [1967]. Diese Arbeit enthält eine Zusammenstellung der früheren Veröffentlichungen über das Trenndüsensverfahren.
- ² E. W. Becker, W. Bier, G. Frey u. R. Schütte, *Atomwirtschaft* **14**, 249 [1969].
- ³ H. Mohrhauer, *Reaktortagung des Deutschen Atomforums /KFG, Hamburg 1972.*
- ⁴ E. W. Becker, W. Bier, W. Ehrfeld u. G. Eisenbeiß, *Z. Naturforsch.* **26a**, 1377 [1971].
- ⁵ Beim Trenndüsensverfahren ist der Energieverbrauch im wesentlichen durch die für die Wiederverdichtung des expandierten Gases erforderliche Kompressionsarbeit bedingt.
- ⁶ P. Bley u. W. Ehrfeld, *KFK-Bericht 1562, Kernforschungszentrum Karlsruhe*, März 1972.
- ⁷ Die Reynolds-Zahl für die Trenndüsensströmung wird zweckmäßigerweise aus dem Verhältnis des pro Längeneinheit des Düsenschlitzes durchgesetzten Massenstroms und der Zähigkeit des Gases gebildet.
- ⁸ F. A. MacMillan, *J. Roy. Aero. Soc.* **58**, 837 [1954].
- ⁹ Bei der Untersuchung des Temperaturfeldes der Trenndüsensströmung¹⁰ wurde festgestellt, daß die Änderung der mittleren Ruhetemperatur in der Trenndüse bei reinen Gasen etwa 2% und bei Gasgemischen etwa 5% beträgt.
- ¹⁰ U. Ehrfeld u. W. Ehrfeld, *KFK-Bericht 1634, Kernforschungszentrum Karlsruhe*, Juli 1972.
- ¹¹ Der unmittelbar von den Diffusionsströmen herrührende Beitrag zur Entropieerzeugung wurde aus der beobachteten Gemischtrennung nach den von Waldmann angegebenen Beziehungen ermittelt [L. Waldmann, in: S. Flügge (Ed.), *Handbuch der Physik*, Bd. 12, Springer-Verlag, Heidelberg 1958]. Die Rechnungen ergaben, daß den hier beobachteten maximalen Gemischtrennfaktoren Diffusionsströme entsprechen, welche die relative Entropieerzeugung beim H_2/C_7F_{14} -Gemisch um höchstens 20% gegenüber der reiner Gase erhöhen.
- ¹² Aus Messungen des Geschwindigkeitsprofils der Trenndüsensströmung mit molekular angeströmten Drucksonden¹³ und Temperatursonden¹⁰ folgt, daß beim Gemisch durch den radialem Transport der schweren Komponente das Maximum der Strömungsgeschwindigkeit näher zur Umlenkwand verschoben wird als bei reinen Gasen. Dadurch ergeben sich beim Gemisch steilere Geschwindigkeitsgradienten an der Umlenkwand und entsprechend höhere Reibungsverluste als beim reinen Gas.
- ¹³ K. Bier, H. Brandstädter, U. Ehrfeld u. W. Ehrfeld, *KFK-Bericht 1440, Kernforschungszentrum Karlsruhe*, August 1971.
- ¹⁴ Bereits früher wurde bei der Untersuchung der Isotopen-trennung mit UF_6 eine Absenkung des spezifischen Energieverbrauchs bei Vergrößerung der Düsenweite beobachtet (W. Bier u. F. Weis, *Kerntechnik* **14**, 105 [1972]); dies kann nach den hier vorliegenden Untersuchungen auf eine Verringerung der Strömungsverluste in der Trenndüse zurückgeführt werden.
- ¹⁵ Bei technischen Trennelementen ist das Düsenblech als Halbzylinder ausgebildet, so daß bei entsprechenden Rechnungen zusätzlich das mathematisch komplizierte Problem einer Kantenumströmung behandelt werden müßte. Da nach den vorliegenden experimentellen Ergebnissen insbesondere integrale Größen wie z. B. Strömungsverluste und Trennfaktor nur un wesentlich von der speziellen Form des Düsenblechs abhängen, wurde den Rechnungen der mathematisch einfache Fall einer beidseitig bis zum Abschäler geführten Strömung zugrunde gelegt.
- ¹⁶ Im Rahmen dieser Näherung wird die Trenndüse demnach als „schlanker Kanal“ behandelt; vgl. hierzu auch J. C. Williams III, *AIAA-Journal* **1**, 186 [1963].
- ¹⁷ R. Dürr, *KFK-Bericht 1630, Kernforschungszentrum Karlsruhe*, September 1972.